

## Резултати от приложението на Калмановия филтър в навигационния алгоритъм за GPS — Navstar / ГЛОНАСС

*Орлин Цветков, Ангел Христов*

*Институт за космически изследвания, БАН*

### Въведение

КСН от типа на GPS - Navstar [1] и ГЛОНАСС излъчват сигнали в L - честотния диапазон, модулирани от псевдослучайни далекомерни кодове и служебно навигационно съобщение. При първичната обработка на тези сигнали се извличат данните на навигационното съобщение и се извършват измервания на основните параметри — времезакъснение на радиосигнала и доплерово отместване на честотата.

По такъв начин се получава информация за:

- ефемеридите на видимите спътници в геофиксирана, геоцентрична координатна система;
- йоносферните корекции в разпространението на сигналите;
- псевдоразстоянията (поради наличието на отместване между потребителското и системното време) до спътниците;
- скоростта на изменение на псевдоразстоянията.

След това чрез изчислителна процедура (т. нар. вторична обработка) се определят координатите и скоростта на обекта в нужната географска система.

### 1. Филтър на Калман за решаване на навигационната задача

Основното навигационно уравнение за разглежданите системи представлява нелинейна система от четири уравнения и има вида

$$(1) \quad R_i = (X_{si} - X)^2 + (Y_{si} - Y)^2 + (Z_{si} - Z)^2 + t_i$$

където  $X, Y, Z$  са потребителски координати;  $X_{si}, Y_{si}, Z_{si}$  — координати на спътниците ( $i=1\div 4$ );  $R_i$  е измерено разстояние до спътниците ( $i=1\div 4$ );  $t$  — разлика между системното и потребителското време.

Системи уравнения от този вид обикновено се решават чрез използване на метода на Нютон или подобни на него итеративни алгоритми [2]. Но ограниченията от бързодействието на изчислителната процедура и наличието на грешки в навигационните измервания, имащи случаен характер, обуславят използването на рекурентни алгоритми за статистическа обработка на псевдоразстоянията  $R_i$ . В такъв случай задачата се свежда до задача за оценка на потребителските координати с определени вероятностни критерии по наблюдаваните измервания. За линейни задачи Калмановият филтър дава оптимална оценка на неизвестните параметри, ето защо той бе използван в симулираните операции, а получените оценки се разглеждат като субоптимални поради нелинейността на (1). Векторният израз на линеаризираната форма на (1) е

$$(2) \quad Z = HX + V,$$

където  $Z$  е вектор на измерването — включва разликата между измерените и изчислените 4 псевдоразстояния, съответстващи на времезакъснението на сигналите и 4 псевдоскорости, съответстващи на доплеровото отместване на честотата:  $Z = [\delta R_1, \delta R_2, \delta R_3, \delta R_4, \delta DR_1, \delta DR_2, \delta DR_3, \delta DR_4]$ ;  $X$  е вектор на позиционните координати, скорост, ускорение и време;  $H$  — матрица на измерването, даваща зависимостта между измерванията и параметрите за оценяване:

$$H = \begin{pmatrix} C_{x_1} & C_{y_1} & C_{z_1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{x_2} & C_{y_2} & C_{z_2} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{x_3} & C_{y_3} & C_{z_3} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{x_4} & C_{y_4} & C_{z_4} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{x_1} & C_{y_1} & C_{z_1} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{x_2} & C_{y_2} & C_{z_2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{x_3} & C_{y_3} & C_{z_3} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{x_4} & C_{y_4} & C_{z_4} & 1 \end{pmatrix}$$

$$C_{x_{si}} = dR_i/dx; \quad C_{y_{si}} = dR_i/dy; \quad C_{z_{si}} = dR_i/dz;$$

$V$  — вектор, отразяващ шума в измерванията — бял шум, с нулево математическо очакване и ковариационна матрица  $R$ :

$$R = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_4^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_5^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_6^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_7^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_8^2 \end{pmatrix}$$



Реализацията на алгоритъма за Калманова филтрация изисква представянето на движението на обекта чрез стохастически модел. За описание на движението бе допуснато, че на достатъчно къси интервали обектът се движи с постоянна скорост, а различните маневри и атмосферни промени се разглеждат като пертурберанси в константната траектория на скоростта [4]. Ускорението бе представено като случаен процес с експоненциална корелационна функция. При тези условия векторното уравнение за динамичния модел приема вида

$$(3) \quad \dot{X} = FX + u,$$

където  $X$  е вектор, състоящ се от компонентите на координатите, скоростта и ускорението на обекта;  $F$  — преходна матрица, която за едномерен случай се представя като:

$$F = \begin{vmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix};$$

$u$  — бял шум с ковариационна матрица  $Q$ :

$$Q = 2d\sigma_m^2 \begin{vmatrix} T^5/20 & T^4/8 & T^3/6 \\ T^4/8 & T^3/3 & T^2/2 \\ T^3/6 & T^2/2 & T \end{vmatrix}$$

$\sigma_m^2$  — дисперсия на ускорението на обекта;  $d$  — реципрочна стойност на времеконстантата на корелация на ускорението;  $T$  — период на дискретизация.

Понеже подлежат на оценка и още два временни параметъра, отчитачи отместването между системното и потребителското време —  $t$  и скоростта на това отместване —  $\Delta t$ , за тях бе използван моделът (3), с преходна матрица  $F$  и ковариационна матрица  $Q$ , съответно:

$$F = \begin{vmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad Q = \begin{vmatrix} 2h_0T + 8\pi^2 h_1 T / 3 & 8\pi h T^2 / 2 \\ 8\pi^2 h_1 T^2 / 2 & 8\pi^2 h_1 T \end{vmatrix},$$

където  $h_0$  е фазов шум;  $h_1$  — честотен шум.

Дискретният вид на Калмановия алгоритъм има следната последователност:

1. Инициализиране стойностите на вектора на състоянието  $X_{k-1}$  и ковариационната матрица на грешките в оценките —  $P_{k-1}$ :

$$X_{k-1}(+) = X_0; \quad P_{k-1}(+) = P_0.$$

2. Прогнозиране на  $X_k$  и  $P_k$ :

$$X_k(-) = F_k X_{k-1}(+),$$

$$P_k(-) = F_{k-1} P_{k-1}(+) F_{k-1}^T + Q_{k-1}.$$

3. Определяне коефициента на усилване на филтъра:

$$K_k = P_k(-) H_k^T [H_k P_k(-) H_k^T + R_k]^{-1}.$$

#### 4. Оценяване на $X_k$ и $P_k$ :

$$X_k(+)=X_k(-)+K_k[Z_k+H_kX_{k-1}(-)],$$

$$P_k(+)=[I-K_kH_k]P_k(-).$$

## 2. Симулирани операции и резултати

За целите на изследването бе симулирано движение на обект в геофиксирана, геоцентрична координатна система с различни динамични характеристики (вж. табл. 1). На фиг. 1 са изобразени симулираните ускорение и скорост за обекти с ниска, средна и висока динамика.

За симулиране на измерените псевдоразстояния и делта-псевдоразстояния бе разработена програма, моделираща движението на 21-спътникова конфигурация. За избраното време на наблюдение — 120 s бяха видими 7 спътника с масков ъгъл  $< 5$ .

През първите 60 s бяха използвани спътници, осигуряващи геометричен коефициент — 1,5, а след това с цел да се провери поведението на Калмановия филтър при промяна на геометрична конфигурация на спътниците, участващи в навигационното решение, бе предизвикано преминаване от един към друг спътник, което скокообразно промени геометричния коефициент на 5,2.

Симулираните измервания бяха зашумени с дискретен гаусов шум с нулево математическо очакване и дисперсия съответно — 35 m и 0,02 m/s.

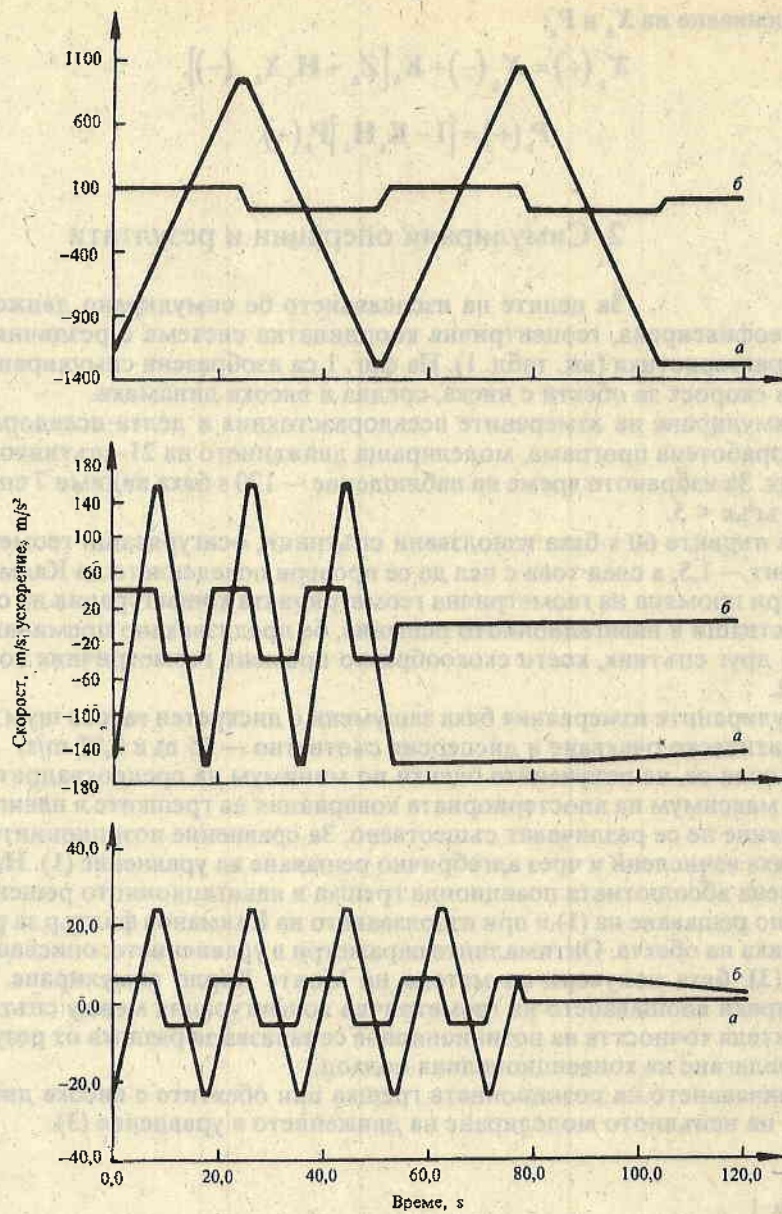
Установи се, че получените оценки по минимум на средноквадратичната грешка и максимум на апостериорната ковариация на грешките в навигационното решение не се различават съществено. За сравнение позиционните координати бяха изчислени и чрез алгебрично решаване на уравнение (1). На фиг. 2 е изобразена абсолютната позиционна грешка в навигационното решение при алгебрично решаване на (1) и при използването на Калманов филтър за различна динамика на обекта. Оптималните параметри в уравнението, описващо движението (3), бяха получени по метода на Монте Карло симулиране. Вижда се, че въпреки влошаването на геометрична конфигурация между спътниците и потребителя точността на позициониране се залазва за разлика от резултатите при прилагане на конвенционалния подход.

Увеличаването на позиционната грешка при обектите с висока динамика се дължи на непълното моделиране на движението в уравнение (3).

Таблица 1  
Динамични параметри на симулираните траектории

Динамика	Линейни параметри		Ъглови параметри, rad/s		
	скорост, m/s	ускорение, m/s <sup>2</sup>	курс	тангаж	крен
Ниска	25	6	—	—	—
Средна	150	40	1	1	1
			1	1	1
Висока	1200	90	1	1	5
			3	6	17

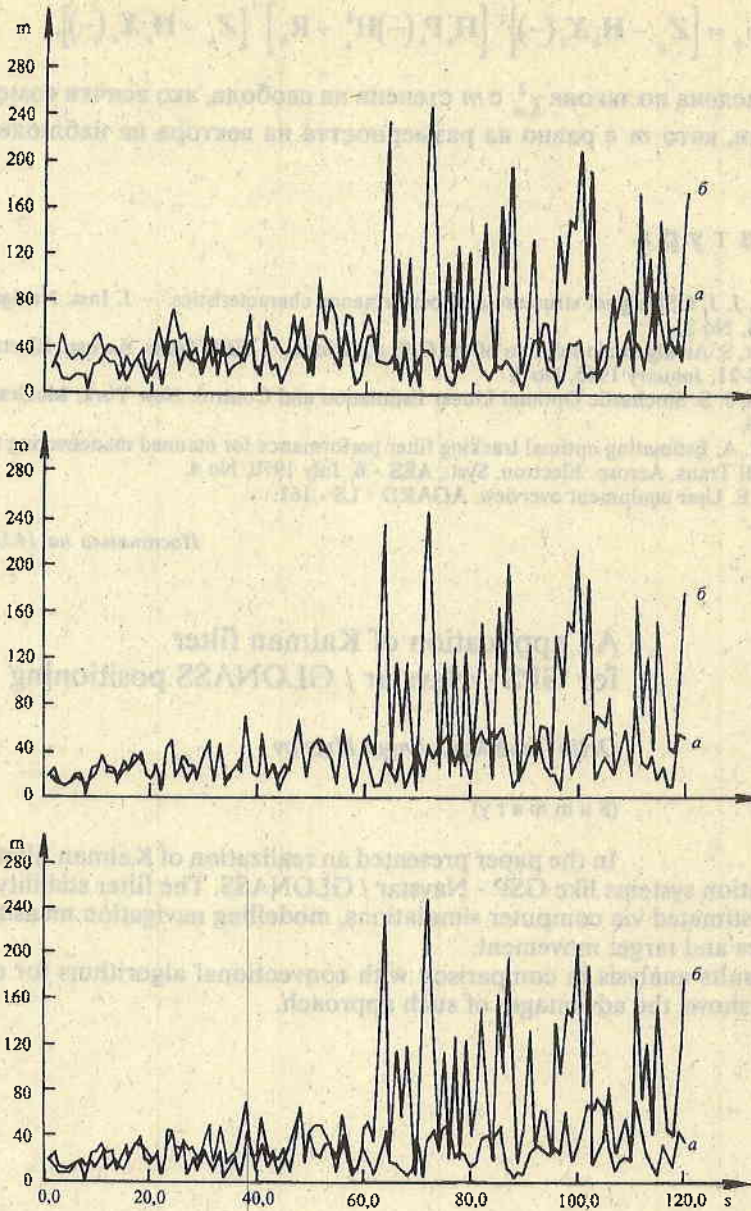




Фиг. 1. Скорост (а) и ускорение (б) за симулираните траектории.

### Заклучение

В заключение може да се изтъкнат и други предимства на прилагането на Калмановия филтър при решаването на навигационната задача в КСН:



Фиг. 2. Позиционна грешка с (а) и без (б) използване на Калманов филтър за симулираните траектории

- възможност за включване на нови параметри за оценяване и нови навигационни източници с цел повишаване точността и надеждността на позициониране;
- способност за контрол на достоверността на навигационните измервания чрез статистика  $\mu_k$ ;



$$\mu_k = [Z_k - H_k X_k(-)]^T [H_k P_k(-) H_k^T + R_k]^{-1} [Z_k - H_k X_k(-)],$$

$\mu_k$  е разпределена по закона  $\chi_m^2$  с  $m$  степени на свобода, ако всички измервания са нормални, като  $m$  е равно на размерността на вектора на наблюдение  $Z_k$ .

## Л и т е р а т у р а

1. S p i l k e r, J. J. GPS signal structure and performance characteristics. — J. Inst. Navigation, **25**, 1978, No 2.
2. B a n c r o f t, S. An algebraic solution of the GPS equations. — IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., **AES-21**, January 1985, No 7.
3. M e d i t c h, J. S. Stochastic Optimal Linear Estimation and Control. New York: McGraw — Hill, 1969.
4. S i n g e r, R. A. Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets. — IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., **AES - 6**, July 1970, No 4.
5. B o t t a r i, E. User equipment overview, AGARD - LS - 161.

Постъпила на 14.IX. 1994 г.

### An application of Kalman filter for GPS - Navstar / GLONASS positioning

*Orlin Tzvetkov, Angel Hristov*

(S u m m a r y)

In the paper presented an realization of Kalman filter for satellite navigation systems like GSP - Navstar / GLONASS. The filter stability and efficiency is estimated via computer simulations, modelling navigation measurements and satellites and target movement.

The results analysis in comparison with conventional algorithms for different trajectories shows the advantages of such approach.